

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
2. この問題冊子の問題部分（Ⅰ～Ⅳ）は5ページある。落丁、乱丁、印刷不明の箇所がある場合には、手をあげて監督者にすみやかに申し出ること。
3. 受験番号は解答用紙の指定欄に4桁で記入すること。
4. 解答は必ず解答用紙の指示された箇所に記入すること。
5. 質問などがある場合には、手をあげて監督者に申し出ること。
6. 試験終了後、解答用紙を裏返しておくこと。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。
8. 受験票は忘れずに持ち帰ること。

I. 次の にあてはまる数や式などを解答欄に記入しなさい。

(1) 次の (a) ~ (d) に当てはまるものとして最も適切なものを次の 0 ~ 3
の中から 1 つ選べ。ただし、同じものを何度用いてもよい。

0 : 必要条件であるが、十分条件ではない

1 : 十分条件であるが、必要条件ではない

2 : 必要十分条件である

3 : 必要条件でも十分条件でもない

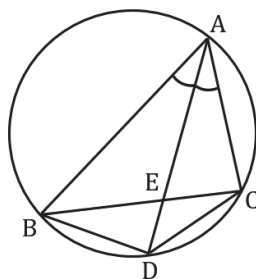
(i) 整数 m, n について「 $10m + n$ は 3 の倍数」は「 $m + n$ は 3 の倍数」であるための (a) 。

(ii) 実数 x, y について「 $x^2 + y^2 < 1$ 」は「 $|x| + |y| \leq 1$ 」であるための (b) 。

(iii) 実数 a, b について「 $a > 0$ かつ $b > 0$ 」は「 $a + b > 0$ かつ $ab > 0$ 」であるための (c) 。

(iv) 実数 x について「 $\log_2(x + 1) + \log_2(x - 2) = 2$ 」は「 $x = -2, 3$ 」であるための (d) 。

- (2) 三角形 ABC は $AB = 6$, $BC = 5$, $CA = 4$ を満たしている。三角形 ABC の外接円と $\angle A$ の二等分線の交点のうち、A でないものを D, 線分 AD と線分 BC の交点を E とする。このとき、線分 CE の長さは $CE = \boxed{\text{(e)}}$ であり、線分 AE と ED の長さの積は $AE \cdot ED = \boxed{\text{(f)}}$, 線分 AE と線分 AD の長さの積は $AE \cdot AD = \boxed{\text{(g)}}$ である。



- (3) 数列 $\{a_n\}$ は $a_1 = \frac{1}{2}$, $\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = 2n + 2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たしている。このとき、 $b_n = \frac{1}{a_n}$ で数列 $\{b_n\}$ を定めると $b_1 = \boxed{\text{(h)}}$ であり、 $\{b_n\}$ の一般項は $b_n = \boxed{\text{(i)}}$ となる。これより、 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{\text{(j)}}$ であり、 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和は $\boxed{\text{(k)}}$ となる。

II. 次の にあてはまる数や式などを解答欄に記入しなさい。

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 1 \text{ とする。}$$

(1) x についての方程式 $f(x) = 0$ の解は $x = \pm$ (a) である。また,
 $f'(x) =$ (b) なので, 点 $(a, f(a))$ における $y = f(x)$ のグラフの接線
 の方程式は $y =$ (c) であって, この接線の傾きが -1 となる a を
 求めると $a =$ (d) である。

(2) k を 0 以上の定数とする。 $y = f(x)$ と $y = |x - k|$ のグラフの共有点は
 以下のようになる: $k >$ (e) ならば共有点はなく, $k \leq$ (e) の
 範囲での共有点は次のようになる。

k の範囲	共有点 (x, y)
$k =$ (e)	(f)
(a) $\leq k <$ (e)	(g)
$0 \leq k <$ (a)	(h)

III. 次の にあてはまる数や式などを解答欄に記入しなさい。

p, q を実数とする。 x の 3 次関数 $y = x^3 + px + q$ は $x = -1$ で極大値 4 をとる。このとき, $p =$ (a) , $q =$ (b) であり, y は $x =$ (c) で極小値 (d) をとる。

$y = x^3 +$ (a) $x +$ (b) のグラフを C とする。点 ((c) , (d)) を通り C に接する直線は 2 本あり, 傾きの大きい方を ℓ_1 , 小さい方を ℓ_2 とする。 ℓ_1 の方程式は $y =$ (e) であり, ℓ_1 と C の共有点で, 点 ((c) , (d)) でないものの座標は (f) である。一方, ℓ_2 の方程式は $y =$ (g) であり, ℓ_2 と C の共有点で, 点 ((c) , (d)) でないものの座標は (h) である。また, C と ℓ_2 で囲まれる部分の面積は (i) である。

IV. 次の にあてはまる数や式などを解答欄に記入しなさい。

k を実数とする。座標平面上に点 $A(0, 1)$ と直線 ℓ があり、 ℓ 上の任意の点 P は実数 t を用いて $\overrightarrow{OP} = t(k-1, k+1) + (1, 2)$ と表される。直線 ℓ は k の値に関わらず定点 B を通る。 B の座標は (a) である。

(1) $k=2$ とする。点 P が x 軸上にあるとき、 $t =$ (b) である。このとき、 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP} =$ (c) であり、 $|\overrightarrow{AP}| =$ (d) である。

(2) 一般に、 $|\overrightarrow{AP}|^2 =$ (e) であり、 $|\overrightarrow{AP}|^2$ は $t =$ (f) のとき最小値 (g) をとる。また、 $t =$ (f) である ℓ 上の点を P_1 としたとき、 $\overrightarrow{P_1A} \cdot \overrightarrow{P_1B} =$ (h) であり、 k が実数全体を動くとき三角形 BAP_1 の面積の最大値は (i) である。ただし、 $B = P_1$ の場合、三角形 BAP_1 の面積は 0 とする。

I

(a) 2	(b) 3	(c) 2	(d) 1
(e) 2	(f) 6	(g) 24	(h) 2
(i) $n(n+1)$	(j) $\frac{1}{n(n+1)}$	(k) $1 - \frac{1}{n+1}$	

II

(a) $\sqrt{2}$	(b) $-x$	(c) $-ax + \frac{1}{2}a^2 + 1$	(d) 1
(e) $\frac{3}{2}$	(f) $\left(1, \frac{1}{2}\right)$	(g) $(1 \pm \sqrt{3-2k}, k-1 \mp \sqrt{3-2k})$ 複号同順	
(h) $(1 - \sqrt{3-2k}, k-1 + \sqrt{3-2k}),$	$(-1 + \sqrt{3+2k}, -k-1 + \sqrt{3+2k})$		

III

(a) -3	(b) 2	(c) 1
(d) 0	(e) 0	(f) (-2,0)
(g) $-\frac{9}{4}x + \frac{9}{4}$	(h) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{27}{8}\right)$	(i) $\frac{27}{64}$

IV

(a) (1,2)	(b) $-\frac{2}{3}$	(c) $-\frac{2}{3}$
(d) $\frac{\sqrt{10}}{3}$	(e) $2(k^2+1)t^2 + 4kt + 2$	(f) $-\frac{k}{k^2+1}$
(g) $\frac{2}{k^2+1}$	(h) 0	(i) $\frac{1}{2}$

受 験 番 号

⋮	⋮	⋮
---	---	---