

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
2. この問題冊子の問題部分（I～IV）は4ページある。落丁、乱丁、印刷不明の箇所がある場合には、手をあげて監督者にすみやかに申し出ること。
3. 受験番号は解答用紙の指定欄に4桁で記入すること。
4. 解答は必ず解答用紙の指示された箇所に記入すること。
5. 質問などがある場合には、手をあげて監督者に申し出ること。
6. 試験終了後、解答用紙を裏返しておくこと。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。
8. 受験票は忘れずに持ち帰ること。

I. 次の にあてはまる数や式などを解答欄に記入しなさい。

- (1) 実数 α, β が $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin \beta = \frac{1}{3}$ を満たすとする。このとき $\cos \alpha =$ (a) , $\tan 2\beta =$ (b) , $\sin(\alpha + \beta) =$ (c) , $\cos(\alpha - \beta) =$ (d) である。

- (2) 実数 a に対して

$$f(a) = \int_0^1 (4x^3 - 3ax^2 - 2a^2x + a^3)dx$$

と定める。このとき定積分を計算して a で表すと $f(a) =$ (e) になるので、 $f(a)$ は $a =$ (f) で極大値 (g) をとる。

- (3) 四面体 $OABC$ を考え、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。辺 OA を $2:1$ に内分する点を P , 辺 BC を $2:1$ に内分する点を Q とする。このとき、 $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$ をそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ のうち必要なものを用いて表すと $\overrightarrow{OP} =$ (h) , $\overrightarrow{OQ} =$ (i) となる。

さらに、三角形 BPQ の重心を G , 3 点 A, B, C を通る平面と直線 OG の交点を R とする。このとき $\overrightarrow{OR}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ のうち必要なものを用いて表すと $\overrightarrow{OR} =$ (j) となる。

II. 次の にあてはまる数や式などを解答欄に記入しなさい。

a を 0 以上の実数とし, x の 2 次関数

$$f(x) = x^2 - 2(2a - 3)x + 3(a^2 - 4a + 3)$$

を考える。

(1) $y = f(x)$ のグラフの軸は $x =$ (a) であり, 頂点の y 座標は (b) である。

(2) 2 次不等式 $f(x) \leq 0$ の解は (c) $\leq x \leq$ (d) である。

(3) 2 次不等式 $f(x) \leq 0$ を満たす整数がただ 1 つ存在するような a の値の範囲を考える。

$a =$ (e) のとき, すべての実数 x に対し $f(x) \geq 0$ となり, $f(x) \leq 0$ を満たす x は $x =$ (f) である。

一方, $a \neq$ (e) のとき, $f(x) \leq 0$ を満たす整数がただ 1 つ存在するような a の値の範囲は (g) であり, その整数は $x =$ (h) である。

III. 次の にあてはまる数や式などを解答欄に記入しなさい。

どの目の出る場合も同様に確からしいサイコロ 1 個を 3 回続けて投げ、
出た目を順に a, b, c とする。

(1) $a < b < c$ となる確率は (a) であり, $a \leq b \leq c$ となる確率は

(b) である。

(2) 目の積 abc が偶数である確率は (c) である。また, $abc = \sqrt{2025}$ で

ある確率は (d) であり, $abc = 36$ である確率は (e) である。

(3) k を 3 以上 18 以下の自然数とする。目の和 $a + b + c$ が k となる

確率 $P(a + b + c = k)$ は $k =$ (f) のとき最小値 (g) をとり,

$k =$ (h) のとき最大値 (i) をとる。

IV. 次の にあてはまる数や式などを解答欄に記入しなさい。

xy 平面上で原点を通り, x 軸となす角が 60° で, 傾きが正の直線を ℓ とすると, ℓ の方程式は $y =$ (a) である。第 1 象限に中心をもつ半径 1 の円で, x 軸と ℓ の両方に接するものを C_1 とすると, C_1 の中心の座標は (b) である。

次に, x 軸, 直線 ℓ および円 C_1 に接する円のうち, 大きい方の円を C_2 とすると, C_2 の中心の座標は (c) , 半径は (d) である。また, x 軸, C_1 および C_2 で囲まれる部分 (ただし, 円の内部は含まない) の面積 S_1 は (e) である。

x 軸, 直線 ℓ , 円 C_2 に接する円のうち, C_1 でないものを C_3 とし, 以下同様にして円 C_n (n は自然数) を作る。円 C_n の半径を r_n とし, x 軸, C_n および C_{n+1} で囲まれる部分 (ただし, 円の内部は含まない) の面積を S_n とすると, $r_n =$ (f) , $S_n =$ (g) である。また, S_n が 10 桁以上の数となるような最小の n は $n =$ (h) である。ただし, 必要なら $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10}$ (e) $= 0.0677$ を用いよ。

I

(a) $\frac{4}{5}$	(b) $-\frac{4\sqrt{2}}{7}$	(c) $\frac{4-6\sqrt{2}}{15}$
(d) $\frac{3-8\sqrt{2}}{15}$	(e) $a^3 - a^2 - a + 1$	(f) $-\frac{1}{3}$
(g) $\frac{32}{27}$	(h) $\frac{2}{3}\vec{a}$	(i) $\frac{1}{3}\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{c}$
(j) $\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c}$		

II

(a) $2a - 3$	(b) $-a^2$	(c) $a - 3$
(d) $3a - 3$	(e) 0	(f) -3
(g) $\frac{1}{3} \leq a < \frac{2}{3}$	(h) -2	

III

(a) $\frac{5}{54}$	(b) $\frac{7}{27}$	(c) $\frac{7}{8}$
(d) $\frac{1}{72}$	(e) $\frac{1}{18}$	(f) $3, 18$
(g) $\frac{1}{216}$	(h) $10, 11$	(i) $\frac{1}{8}$

IV

(a) $\sqrt{3}x$	(b) $(\sqrt{3}, 1)$	(c) $(3\sqrt{3}, 3)$
(d) 3	(e) $4\sqrt{3} - \frac{11}{6}\pi$	(f) 3^{n-1}
(g) $\left(4\sqrt{3} - \frac{11}{6}\pi\right) \cdot 9^{n-1}$	(h) 11	

受 験 番 号

⋮	⋮	⋮
---	---	---